1. Jada

5 sekundit 30 punkti

Vaatleme täisarvujada x_0, x_1, ..., mille määravad järgmised reeglid:

$$x_i = \begin{cases} X, & \text{kui } i = 0, \\ (Ax_{i-1}^2 + B) \bmod M, & \text{kui } i > 0, \end{cases}$$

kus X, A, B ja M on antud täisarvud ning $x \bmod m$ tähistab x ja m jagamisel tekkivat jääki.

On teada, et varem või hiljem hakkavad selle jada elemendid perioodiliselt korduma. Kirjutada programm, mis leiab selle perioodi pikkuse, see tähendab vähima positiivse täisarvu P, mille korral leidub täisarv n, mille korral kehtib: $x_i = x_{i+P}$, kui $i \geqslant n$.

Sisend. Tekstifaili `JADA.SIS` ainsal real on neli tühikutega eraldatud täisarvu — M ($0 < M \leqslant 10\,000\,000$), A ($0 \leqslant A < M$), B ($0 \leqslant B < M$) ja X ($0 \leqslant X < M$).

Väljund. Tekstifaili `JADA.VAL` ainsale reale väljastada leitud perioodi pikkus P.

Näide.

JADA.SIS	JADA.VAL
6 1 2 3	2

Jada elemendid on $x_0 = 3$, $x_1 = 11 \bmod 6 = 5$, $x_2 = 27 \bmod 6 = 3$ jne. Seega $x_3 = x_1$, $x_4 = x_2$ jne ning järelikult $P = 2$.

2. Rändkaupmees

5 sekundit 30 punkti

Kõrbes on N linna. Rändkaupmees tahab oma kodust alustades külastada neid kõiki ja lõpuks koju naasta. Kuna linna sisenemise eest võetakse maksu, tahab ta külastada iga linna ainult ühe korra. Muidugi tahab ta kogu reisi teha minimaalse läbisõiduga. Kirjutada programm, mis aitaks kaupmeest võimalikult lühikese kõiki linnu läbiva marsruudi leidmisel.

Sisend. Tekstifaili `KAUP.SIS` esimesel real on linnade arv N ($2 \leqslant N \leqslant 100$). Linnad on nummerdatud $1 \ldots N$ ja kaupmees elab linnas 1. Järgmisel N real on igaühel ühe linna reaalarvulised koordinaadid x_i ja y_i ($|x_i| \leqslant 1\,000$, $|y_i| \leqslant 1\,000$). Võib eeldada, et igast linnast saab igasse teise sõita sirgjooneliselt.

Väljund. Tekstifaili `KAUP.VAL` esimesele reale väljastada leitud teekonna pikkus ja teisele reale $N + 1$ tühikutega eraldatud täisarvu — linnade numbrid nende läbimise järjekorras. Teekonna pikkuses peavad õiged olema vähemalt 5 tüvenumbrit.

Näide.

KAUP.SIS	KAUP.VAL
3	12.0
1.0 1.0	1 2 3 1
5.0 1.0	
5.0 4.0	

Hindamine. Selles ülesandes saab lahendus korrektse vastuse eest punkte pöördvõrdeliselt leitud teekonna pikkusele.

3. Kivirahn

5 sekundit 40 punkti

Astronoomid avastasid, et Maa poole lendab suur kivirahn. Apokalüpsise ärahoidmiseks tuleks see lasta nii väikesteks tükkideks, et need Maa atmosfääri sisenedes kindlasti ära põleksid. Vaatlused näitavad, et rahn koosneb kihtidest, kus väga kõva kivim vaheldub pehmema kivimiga. Seejuures on rahnu kõige alumine ja kõige pealmine kiht kõvemast kivimist.

Maa päästmiseks tuleb mingitesse pehmetesse kihtidesse augud puurida ja nendesse paigaldatud lõhkelaengute abil rahn tükeldada. Lõhkamisel puruneb pehme kivimi kiht peeneks tolmuks, kuid selle kõrval oleva kõva kivimi kihid jääva terveks. Seega tekib kaks uut rahnu, mis on oma struktuurilt algse sarnased. Iga kihi mineerimiseks kulub teatud aeg ja loomulikult oleks tarvis mineerimistöö võimalikult kiiresti lõpetada. Kirjutada programm, mis leiab minimaalse ajakuluga tööplaani.

Sisend. Tekstifaili `KIVI.SIS` esimesel real on antud rahnu kõva kivimi kihtide arv N ($2 \leqslant N \leqslant 1\,000$) ja maksimaalne "ohutu" mass M ($0 < M \leqslant 100\,000$). Järgmisel N real on igaühel ühe kõva kihi mass K_i ($0 < K_i \leqslant 100\,000$). Järgmisel $N-1$ real on igaühel ühe pehme kihi mass P_j ($0 < P_j \leqslant 100\,000$) ja selle mineerimiseks kuluv aeg T_j ($0 < T_j \leqslant 100\,000$). Kõik arvud on täisarvud. Pehme kiht j on kõvade kihtide j ja $j+1$ vahel.

Väljund. Tekstifaili `KIVI.VAL` esimesele reale väljastada mineeritavate kihtide arv A ja järgmisele A reale igaühele ühe mineeritava kihi number L_i ($1 \leqslant L_i \leqslant N-1$). Kihtide numbrid väljastada kasvavas järjekorras. Kui leidub mitu minimaalse ajaga lahendust, väljastada ükskõik milline neist. On teada, et leidub vähemalt üks lahendus.

Näide.

KIVI.SIS	KIVI.VAL
4 7	2
3	1
3	3
3	
3	
1 2	
1 5	
1 2	

Esialgse rahnu struktuur on

$$\overbrace{3}^{1}\ \underbrace{1,2}_{1}\ \overbrace{3}^{2}\ \underbrace{1,5}_{2}\ \overbrace{3}^{3}\ \underbrace{1,2}_{3}\ \overbrace{3}^{4},$$

kus üksik arv tähistab kõvemat ja arvupaar pehmemat kivimikihti.

Pehme kivimi kihtide 1 ja 3 lõhkamise järel on tulemuseks

$$\overbrace{3}^{1}\qquad \overbrace{3}^{2}\ \underbrace{1,5}_{2}\ \overbrace{3}^{3}\qquad \overbrace{3}^{4},$$

seega jäävad pärast $2+2=4$ ajaühiku kulutamist järele tükid massidega 3, 7 ja 3.

Kui kihtide 1 ja 3 asemel lõhata kiht 2, on tulemuseks

$$\overbrace{3}^{1}\ \underbrace{1,2}_{1}\ \overbrace{3}^{2}\qquad \overbrace{3}^{3}\ \underbrace{1,2}_{3}\ \overbrace{3}^{4},$$

mis on samuti ohutu (tükkide massid 7 ja 7), kuid aega kulub rohkem (5 ühikut).