1. Seinakell

1 sekund 30 punkti

Linnapea kabinetis on seinakell, mille tunni- ja minutiosuti liiguvad mõlemad täiesti ühtlase kiirusega. Kuna minutiosuti on tunniosutist pikem, katab ta mõnikord tunniosuti täielikult ja linnapea näeb kella vaadates ainult ühte osutit.

Kirjutada programm, mis loendab, mitu korda selline sündmus antud ajaintervallis aset leiab.

Sisend. Tekstifaili `sk.sis` esimesel real on uuritava intervalli algus kujul $TT:MM$ ($00 \leqslant TT \leqslant 23$, $00 \leqslant MM \leqslant 59$) ja teisel real intervalli lõpp samal kujul.

Väljund. Tekstifaili `sk.val` ainsale reale väljastada täisarv K, mis näitab, mitu korda on seinakella osutid sisendfailis näidatud intervalli jooksul kohakuti. Sisendis antud algus- ja lõpuaeg lugeda intervalli hulka (see tähendab, et kui osutid on kohakuti täpselt kell $TT:MM$, tuleb ka see juhtum loendada).

Näide.

sk.sis	sk.val
00:00 12:00	12

2. Reaktsioonivõrrand

1 sekund 30 punkti

Keemiliste reaktsioonide ülesmärkimiseks kasutatakse reaktsioonivõrrandeid kujul

$$N_1X_1 + N_2X_2 + \ldots + N_NX_N = M_1Y_1 + M_2Y_2 + \ldots + M_MY_M,$$

mis näitavad, et N_1 molekuli ainet X_1, N_2 molekuli ainet X_2, ..., N_N molekuli ainet X_N reageerivad omavahel ja tulemusena tekib M_1 molekuli ainet Y_1, M_2 molekuli ainet Y_2, ..., M_M molekuli ainet Y_M. Kordajad N_1, N_2, ..., N_N, M_1, M_2, ..., M_M on täisarvud ja aineid X_1, X_2, ..., X_N, Y_1, Y_2, ..., Y_M omakorda esitatakse valemitega kujul

$$A_1K_1A_2K_2 \ldots A_KK_K,$$

mis tähendab, et ühes selle aine molekulis on K_1 lihtaine A_1 aatomit, K_2 lihtaine A_2 aatomit, ..., K_K lihtaine A_K aatomit. Ka nendes valemites on kordajad K_1, K_2, ..., K_K täisarvud. Lihtaineid tähistatakse ladina tähtedest koosnevate nimelühenditega. Kordajad väärtusega 1 jäetakse kirjutamata nii molekulide ees kui ka aatomite järel.

Näiteks reaktsioonivõrrand `C2H5OH+3O2=2CO2+3H2O` näitab, et üks etanoolimolekul (milles on kaks süsiniku-, viis vesiniku-, üks hapniku- ja veel üks vesinikuaatom) reageerib kolme hapnikumolekuliga (milles on igaühes kaks hapnikuaatomit) ning selle reaktsiooni tulemusena tekib kaks süsinikdioksiidimolekuli (kummaski üks süsiniku- ja kaks hapnikuaatomit) ja kolm veemolekuli (neist igaühes kaks vesiniku- ja üks hapnikuaatom).

Öeldakse, et reaktsioonivõrrand on tasakaalus, kui selle vasakul poolel on kõigis osalevates molekulides kokku iga lihtaine aatomeid täpselt sama palju kui paremal poolel. Näiteks eeltoodud etanooli põlemise reaktsiooni võrrand on tasakaalus, sest vasakul pool on ühe etanooli- ja kolme hapnikumolekuli peale kokku 2 süsiniku-, $5 + 1 = 6$ vesiniku- ja $1 + 3 \cdot 2 = 7$ hapnikuaatomit ning paremal pool kahe süsinikdioksiidi- ja kolme veemolekuli peale kokku samuti 2 süsiniku-, $2 \cdot 2 + 3 = 7$ hapniku- ja $3 \cdot 2 = 6$ vesinikuaatomit.

Samas näiteks võrrand `H2+O2=H2O` ei ole tasakaalus: kuigi vesinikku on mõlemal pool võrdusmärki sama hulk, on hapnikuaatomeid vasakul pool kaks, aga paremal pool vaid üks.

Kirjutada programm, mis oskab kontrollida, kas antud reaktsioonivõrrand on tasakaalus või mitte.

Sisend. Tekstifaili `rv.sis` esimesel real on uuritavate võrrandite arv N ($1 \leqslant N \leqslant 10$) ja järgmisel N real igaühel üks võrrand. Võib eeldada, et ühegi võrrandi pikkus ei ületa 100 märki ja kõik võrrandid on süntaktiliselt korrektsed. Veel võib eeldada, et kõik kordajad on ühekohalised ja kõigi reaktsioonides osalevate lihtainete lühendid ühetähelised ning kasutavad ainult suurtähti.

Väljund. Tekstifaili `rv.val` väljastada täpselt N rida: reale number i väljastada sõna `JAH`, kui sisendfaili real $i + 1$ toodud võrrand on tasakaalus, või sõna `EI`, kui ei ole.

Näide.

rv.sis	rv.val
2	JAH
C+O2=CO2	EI
H2+O2=H2O	

3. Maatriksite astendamine

1 sekund 40 punkti

Mingite objektide vaheliste seoste matemaatiliseks analüüsimiseks esitatakse need sageli ruudukujulise tabelina, kus nii read kui veerud vastavad uuritavatele objektidele ning reas i veerus j asuv lahter näitab, kas objektid i ja j on omavahel selles seoses või mitte.

Selliste seoste uurimisel osutub mõnikord kasulikuks nende tabelite korrutamine. N rea ja N veeruga tõeväärtustabelite ehk $N \times N$ Boole'i maatriksite A ja B korrutis on samuti $N \times N$ maatriks C, mille i. rea ja j. veeru element $C_{i,j}$ määratakse seosega

$$C_{i,j} = (A_{i,1} \wedge B_{1,j}) \vee (A_{i,2} \wedge B_{2,j}) \vee \ldots \vee (A_{i,N} \wedge B_{N,j}),$$

kus $\wedge$ on loogiline korrutamine ehk tehe "ja" ning $\vee$ on loogiline liitmine ehk tehe "või":

X	Y	$X \wedge Y$	$X \vee Y$
tõene	tõene	tõene	tõene
tõene	väär	väär	tõene
väär	tõene	väär	tõene
väär	väär	väär	väär

Maatriksite korrutamine on mõne omaduse poolest sarnane arvude korrutamisega, näiteks on eelneva definitsiooni põhjal lihtne vahetult kontrollida, et maatrikskorrutamine on assotsiatiivne: $(A \cdot B) \cdot C = A \cdot (B \cdot C)$ mistahes $N \times N$ maatriksite A, B ja C korral. Samas on ka erinevusi, näiteks pole maatrikskorrutamine üldjuhul kommutatiivne: võib juhtuda, et $A \cdot B \neq B \cdot A$.

Sarnaselt arvude astendamisele defineeritakse ka maatriksite astendamine järjestikuste korrutamiste kaudu:

$$A^M = \underbrace{A \cdot A \cdot \ldots \cdot A}_{M \text{ tegurit}}.$$

Näiteks võib Boole'i maatriksina esitada linna tänavavõrgu, kus maatriksi A element $A_{i,j}$ näitab tänava olemasolu väljakult i väljakule j. Maatriksi A astme $X = A^M$ element $X_{i,j}$ näitab sellisel juhul, kas leidub täpselt M tänavalõigust koosnev (see tähendab, vahepeal $M-1$ väljakut läbiv) marsruut väljakult i väljakule j.

Kirjutada programm, mis arvutab antud $N \times N$ maatriksi A astme A^M.

Sisend. Tekstifaili `ma.sis` esimesel real on maatriksi suurus N ($1 \leqslant N \leqslant 10$) ja järgmisel N real igaühel täpselt N tähte `T` (tõene) või `V` (väär): maatriksi A elemendid ridade kaupa. Faili viimasel real on astmenäitaja M ($1 \leqslant M \leqslant 1\,000\,000\,000$).

Väljund. Tekstifaili `ma.val` väljastada täpselt N rida, igaühele täpselt N tähte `T` või `V`: maatriksi A^M elemendid ridade kaupa.

Näide.

```
ma.sis
3
VTV
VVT
TVV
5
```

```
ma.val
VVT
TVV
VTV
```

1. Tornikell

1 sekund 30 punkti

Linnapea kabineti aknast paistab nelja numbrilauaga tornikell, mille tunni- ja minutiosutid liiguvad kõik täiesti ühtlase kiirusega. Kella numbrilauad on läbipaistva taustaga ja linnapea kabineti aken asub sellises kohas, et linnapea näeb täpselt kohakuti kaht numbrilauda: torni temapoolses küljes olevat eestpoolt ja vastasküljes olevat tagantpoolt. Vahel juhtub nii, et mõned osutid on omavahel kohakuti ja linnapeale paistab, nagu oleks kella kahel numbrilaual kokku vähem kui neli osutit.

Kirjutada programm, mis loendab, mitu korda selline sündmus antud ajaintervallis aset leiab.

Sisend. Tekstifaili `tk.sis` esimesel real on uuritava intervalli algus kujul $TT\!:\!MM$ ($00 \leqslant TT \leqslant 23$, $00 \leqslant MM \leqslant 59$) ja teisel real intervalli lõpp samal kujul.

Väljund. Tekstifaili `tk.val` ainsale reale väljastada täisarv K, mis näitab, mitu korda on sisendfailis näidatud intervalli jooksul tornikella kahe numbrilaua peale kokku vähemalt kaks osutit kohakuti. Sisendis antud algus- ja lõpuaeg lugeda intervalli hulka (see tähendab, et kui osutid on kohakuti täpselt kell $TT\!:\!MM$, tuleb ka see juhtum loendada).

Näide.

tk.sis	tk.val
00:00 12:00	47

2. Dissidentide kohtumine

1 sekund 30 punkti

Ühes totalitaarses riigis on N linna, igaühes mingi hulk dissidente. Mõned linnad on omavahel teedega ühendatud. Eelseisvate tähtsate sündmuste tõttu on dissidentidel vaja koguneda ja omavahel aru pidada. Kuna väljas liikumine on dissidentidele ohtlik, tahavad nad koosoleku koha valida nii, et kõigi dissidentide sinna reisimise teepikkuste summa oleks minimaalne.

Kirjutada programm, mis leiab, millises linnas oleks kõige parem kohtuda.

Sisend. Tekstifaili `dk.sis` esimesel real on linnade arv N ($2 \leqslant N \leqslant 100$) ja teede arv M ($1 \leqslant M \leqslant 1000$). Linnad on nummerdatud $1 \ldots N$. Faili teisel real on N tühikutega eraldatud täisarvu X_1, X_2, …, X_N, kus X_i ($0 \leqslant X_i \leqslant 100$) näitab dissidentide arvu linnas number i. Järgmisel M real on igaühel kolm täisarvu A_i, B_i ja L_i ($1 \leqslant A_i, B_i \leqslant N$, $0 < L_i \leqslant 1000$), mis tähendavad, et linnade A_i ja B_i vahel on tee ja selle pikkus on L_i. On teada, et mingi kahe linna vahel pole rohkem kui üks tee, kõik teed on kahesuunalised ja igast linnast on neid teid mööda võimalik pääseda igasse teise.

Väljund. Tekstifaili `dk.val` ainsale reale väljastada täisarvud K ja D, kus K on selle linna number, kus dissidendid kogunema peaks, ja D nende kõigi poolt kokku läbitava tee pikkus. Kui minimaalse summarse teepikkusega vastuseid on mitu, väljastada ükskõik milline neist.

Näide.

dk.sis	dk.val
4 3 1 1 1 2 1 3 1 2 3 1 3 4 1	3 4

3. Arvuklotsid

10 sekundit 40 punkti

Kuubikujuliste klotside igal tahul on üks number. Klotsidest arvu koostamisel pannakse nad ritta ja igast klotsist jääb nähtavale ainult üks tahk.

Kirjutada programm, mis leiab minimaalse klotside arvuga komplekti, millega oleks võimalik koostada kõik arvud $A \ldots B$ (arvud A ja B ise kaasa arvatud).

Pange tähele, et numbrid 6 ja 9 on klotsi keeramisega üksteiseks üle viidavad.

Sisend. Tekstifaili `ak.sis` ainsal real on täisarvud A ja B ($0 \leqslant A \leqslant B \leqslant 750$).

Väljund. Tekstifaili `ak.val` esimesele reale väljastada vajalike klotside arv N ja järgmisele N reale igaühele täpselt 6 numbrit: komplekti kuuluvate klotside kirjeldused. Numbrid väljastada vahetult üksteise kõrvale, ilma tühikuteta. Kuna numbrid 6 ja 9 on üksteisega asendatavad, võib neist väljastada ükskõik kumma. Kui minimaalse klotside arvuga lahendusi on mitu, väljastada ükskõik milline neist.

Näide.

ak.sis	ak.val

`10 20`	`2`
	`012345`
	`012678`