

## 1. Aritmeetiline indeks

1 sekund 100 punkti

Linnas avati eliitlasteaed eriti andekatele lastele. Lasteaia õppekava katab pea kõik õppeained. Peeter otsustas end matemaatikaõpetajana proovile panna.

Esimese tunni teemaks oli aritmeetika ja lapsed osutusid tõesti võimekateks. Nad läbisid kiiresti nii teooria kui põhiharjutuste osa ja jõudsid raskeima ülesandeni. Selles ülesandes antakse lastele kaks täisarvu  $X_1$  ja  $Y$  ja nad peavad numbrikaartidest koostama avaldise. Avaldis peab olema kujul  $X_1 \pm X_2 \pm \dots \pm X_n = Y$ , kus  $n \geq 1$  ning  $X_1, X_2, \dots, X_n$  ja  $Y$  on täisarvud ning muidugi peab ka võrdus kehtima.

Antud  $X_1$  ja  $Y$  korral võib ülesandel olla mitu lahendust, näiteks  $X_1 = 4, Y = 92$  korral sobivad  $4 + 88 = 92, 4 + 90 - 2 = 92, 4 + 100 - 12 = 92$  j.n.e.

Peeter otsustas lisada ülesandele ka võistlusmomendi. Selleks määrab ta igale korrektsele lahendusele hindeks *aritmeetilise indeksi*, milleks on kõigi avaldises kasutatud numbrikaartide väärtuste summa. Näiteks avaldise  $4 + 100 - 12 = 92$  aritmeetiline indeks on  $4 + 1 + 0 + 0 + 1 + 2 + 9 + 2 = 19$ . Võistluse võitja on see, kes koostab antud  $X_1$  ja  $Y$  jaoks vähima aritmeetilise indeksiga korrektse avaldise.

Oma autoriteedi tõstmiseks plaanib Peeter ka ise võistluses osaleda. Kirjutada talle programm, mis leiab igale antud ülesandele minimaalse aritmeetilise indeksiga lahenduse.

**Sisend.** Tekstifaili `aisis.txt` ainsal real on tühikuga eraldatud täisarvud  $X_1$  ( $1 \leq X_1 \leq 10^{1000}$ ) ja  $Y$  ( $1 \leq Y \leq 10^{1000}$ ).

**Väljund.** Tekstifaili `aival.txt` ainsale reale väljastada minimaalse aritmeetilise indeksiga lahendus, mis vastab sisendis antud  $X_1$  ja  $Y$  väärtustele. Avaldises ei tohi olla rohkem kui 2001 arvu. Kõik arvud peavad olema positiivsed täisarvud. Ükski arv ei tohi ületada  $10^{1000}$  ega alata nulliga. Real ei tohi olla muid märke peale numbrite ja tehtemärkide '+', '-', '='. Kui ülesandel on mitu minimaalse aritmeetilise indeksiga lahendust, väljastada ükskõik milline neist.

<b>Näide.</b>	<code>aisis.txt</code>	<code>aival.txt</code>
	4 92	4+100-12=92

<b>Näide.</b>	<code>aisis.txt</code>	<code>aival.txt</code>
	91 17	91+30-104=17

**Hindamine.** Testides koguväärtusega 50 punkti kehtib  $X_1 \leq 10^{18}$  ja  $Y \leq 10^{18}$  ning nende hulgas testides koguväärtusega 30 punkti lisaks  $X_1 \leq 10^9$  ja  $Y \leq 10^9$ .

Elmistest sõltumatus testide hulgas koguväärtusega 30 punkti kehtib  $X_1 = 1$  ja mingis teises hulgas samuti koguväärtusega 30 punkti  $Y = 1$ .

## 2. Kommide jagamine

2 sekundit

100 punkti

Kolme venna — Antoni, Dmitri ja Borisi — ema otsustas neile lastekaitsepäeva tähistamiseks kuhja komme kinkida. Kommid on  $N$  karpis, kusjuures  $i$ . karpis on  $A_i$  kommi. Vennad tahavad karbid omavahel võimalikult õiglaselt ära jagada. Selleks leppisid nad kokku järgmistes reeglites:

- vanem vend ei tohi nooremast rohkem komme saada (Anton on vanem kui Dmitri ja Dmitri on vanem kui Boris);
- Antoni ja Borisi kommide arvu vahe peab olema vähim võimalik.

Kirjutada programm, mis leiab, kui võrdselt on võimalik kommid ära jagada.

**Sisend.** Tekstifaili `kjsis.txt` esimesel real on karpide arv  $N$  ( $3 \leq N \leq 24$ ) ja teisel real  $N$  tühikutega eraldatud täisarvu  $A_i$  ( $1 \leq A_i \leq 10^9$ ,  $i = 1 \dots N$ ): kommide arvud karpides.

**Väljund.** Tekstifaili `kjval.txt` ainsale reale väljastada üks täisarv: vähim võimalik erinevus Antoni ja Borisi saadud kommide arvude vahel.

<b>Näide.</b>	<code>kjsis.txt</code>	<code>kjval.txt</code>
	4	3
	5 4 7 6	

**Hindamine.** Selles ülesandes antakse 0-vastusega testide eest punkte ainult neile programmidele, mis lahendavad õigesti vähemalt ühe testi, kus täiesti võrdne jagamine pole võimalik.

Testides koguväärtusega 20 punkti kehtib  $N \leq 9$ .

### 3. Tootmisindeks

1 sekund 100 punkti

Mõne aasta eest avati pelmeenitehas, kus on  $N$  töötajat. Vahepeal on tehnoloogia kõvasti edasi arenenud ja nüüd otsustas juhtkond juurutada uue tootmise planeerimise süsteemi.

Uue süsteemi aluseks on *tootmisindeks*, mis näitab eesmärki, mitu pelmeeni peaks iga töötaja päevas tootma. Samas on teada, et töötaja  $i$  suudab päevas toota maksimaalselt  $A_i$  pelmeeni. Tehase kui terviku hindamiseks tõi juhtkond sisse tootmisindeksile vastava *tootmise efektiivsuse indeksi* (TEI) mõiste. Tehase TEI on kõigi töötajate TEI väärtuste summa ja töötaja  $i$  TEI tootmisindeksi  $x$  korral on

$$\text{TEI}_i(x) = \begin{cases} A_i & \text{kui } A_i \leq x, \\ x & \text{kui } A_i > x. \end{cases}$$

Juhtkond otsustas määrata tootmisindeksi optimaalse väärtuse proovimise teel. Nad valisid  $K$  võimalikku väärtust  $B_j$  ja tootmisindeksi väärtuseks saab üks neist.

Kirjutada programm, mis leiab tehase TEI väärtused iga  $x \in \{B_j\}$  jaoks.

**Sisend.** Tekstifaili `tisis.txt` esimesel real on tühikuga eraldatud täisarvud  $N$  ( $1 \leq N \leq 10^5$ ) ja  $K$  ( $1 \leq K \leq 10^5$ ).

Faili teisel real on  $N$  tühikutega eraldatud täisarvu  $A_i$  ( $1 \leq A_i \leq 10^9$ ,  $i = 1 \dots N$ ). Võib eeldada, et iga  $1 \leq x \leq y \leq N$  korral  $A_x \leq A_y$ .

Faili kolmandal real on  $K$  tühikutega eraldatud täisarvu  $B_j$  ( $1 \leq B_j \leq 10^9$ ,  $j = 1 \dots K$ ). Võib eeldada, et iga  $1 \leq x \leq y \leq K$  korral  $B_x \leq B_y$ .

**Väljund.** Tekstifaili `tival.txt` ainsale reale väljastada  $K$  tühikutega eraldatud täisarvu  $C_j$  ( $j = 1 \dots K$ ), kus  $C_j$  on tootmisindeksi väärtusele  $B_j$  vastav tehase TEI väärtus.

**Näide.**

<code>tisis.txt</code>	<code>tival.txt</code>
4 5	4 7 9 10 11
1 2 3 5	
1 2 3 4 5	

**Näide.**

<code>tisis.txt</code>	<code>tival.txt</code>
5 2	19 31
1 3 6 10 17	
5 11	

**Hindamine.** Testides koguväärtusega 50 punkti kehtib  $N \leq 5000$  ning nende hulgas testides koguväärtusega 30 punkti lisaks  $N \leq 300$ .