

3. Странная функция (vf)

0,1 сек / 1 сек

100 очков

Дано целое положительное число a . Надо выбрать целое число b ($1 \leq b \leq a - 1$) так, чтобы наибольший общий делитель чисел $a \oplus b$ и $a \otimes b$ был бы максимальным возможным, и вывести этот общий делитель. Иными словами, необходимо вычислить значение $f(a)$ функции

$$f(a) = \max_{0 < b < a} \text{НОД}(a \oplus b, a \otimes b),$$

где \oplus обозначает операцию побитового исключающего ИЛИ и \otimes операцию побитового И. Результаты этих операций на однокбитных значениях:

| a | b | $a \oplus b$ | $a \otimes b$ |
|-----|-----|--------------|---------------|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 |

На более длинных значениях эти операции применяются поразрядно — рассматриваются двоичные представления операндов, выполняются операции на их соответствующих битах, которые затем собираются в двоичное представление результата. Примеры:

| Операция в 10-ричной системе | Операция в 2-ичной системе | Результат в 2-ичной системе | Результат в 10-ричной системе |
|------------------------------|----------------------------|-----------------------------|-------------------------------|
| $5 \oplus 3$ | $101 \oplus 11$ | 110 | 6 |
| $5 \otimes 3$ | $101 \otimes 11$ | 1 | 1 |
| $7 \oplus 42$ | $111 \oplus 101010$ | 101101 | 45 |
| $7 \otimes 42$ | $111 \otimes 101010$ | 10 | 2 |

Входные данные. В первой строке файла `vfsis.txt` находится количество запросов N ($1 \leq N \leq 1000$), и в каждой из следующих N строк по целому числу A_i ($2 \leq A_i < 2^{25}$).

Выходные данные. В файл `vfval.txt` вывести N строк. В строку i вывести значение $f(A_i)$.

Пример.

| | |
|------------------------|------------------------|
| <code>vfsis.txt</code> | <code>vfval.txt</code> |
| 3 | 3 |
| 2 | 1 |
| 3 | 7 |
| 5 | |

Для $A_1 = 2$ оптимально $B = 1$. Тогда $2 \oplus 1 = 3$, $2 \otimes 1 = 0$ и $\text{НОД}(3, 0) = 3$.

Для $A_2 = 3$ оптимально $B = 2$. Тогда $3 \oplus 2 = 1$, $3 \otimes 2 = 2$ и $\text{НОД}(1, 2) = 1$.

Для $A_3 = 5$ оптимально $B = 2$. Тогда $5 \oplus 2 = 7$, $5 \otimes 2 = 0$ и $\text{НОД}(7, 0) = 7$.

Оценивание. В тестах общей стоимостью 25 очков выполняется условие $A_i < 2^{13}$.

Примечание. Во многих языках программирования побитовые операции уже есть. Так, например, и в C++, и в Python операция побитового исключающего ИЛИ обозначается знаком '^', а операция побитового И знаком '&'.