

## 2. Linna ristmikute värvimine (rv)

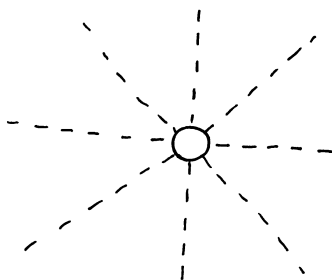
1 sek

100 punkti

Ülesande kirjeldus lühidalt: on antud  $V$  tipu ja  $E$  servaga tasandiline graaf, kus kõik servad on teineteise suhtes kas täisnurga või 45-kraadise nurga all. Värvime tipud  $k$  värviga nii, et ühegi serva otspunktid ei ole sama värvi.  $V \leq 10^4$ .

### 9 värvi

Esitame esiteks lahenduse, mis alati kasutab ülimalt 9 värvi, aga praktikas tegelikult palju vähem. Paneme tähele, et igal tipul on ülimalt 8 naabertippu, sest serv saab tipust väljuda kaheksas erinevas suunas.

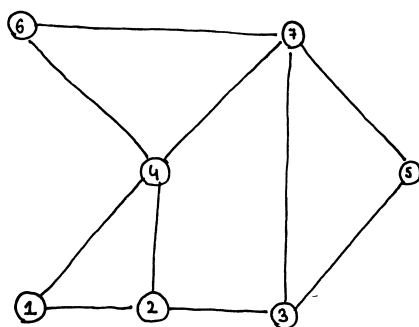


Käime läbi graafi kõik tipud, vaatleme parajasti tippu  $u$ . Vaatame kõiki värve, mida kasutavad tipu  $u$  juba värvitud naabrid. Neid värve on ülimalt 8 erinevat, seega, kui piirame ennast üheksale värvile, võime valida alati nende seast sellise, mida tipu  $u$  ükski naaber ei kasuta. Nii võime järjest värvida ära kõik tipud.

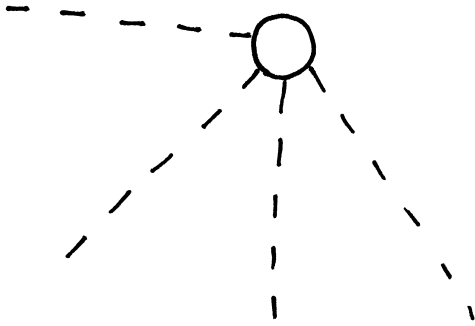
Keerukus:  $\mathcal{O}(E)$ . Nagu öeldud, siis 9 värvi see lahendus praktikas kunagi ei kasuta. Žürii lahendus sai 37.642 punkti, enamus testides läks 4 kuni 6 värvi.

### 5 värvi

Nummerdame tipud ümber nii:



Teisisõnu, sorteerime tipud esmalt  $x$ -koordinaadi, seejärel  $y$ -koordinaadi järgi. Nüüd kasutame 9-värvi lahendust, aga käime tipud läbi selles järjekorras. Vaatleme parajasti tippu  $u$ . On vaid 4 suunda, milles saavad olla juba värvitud tipud:

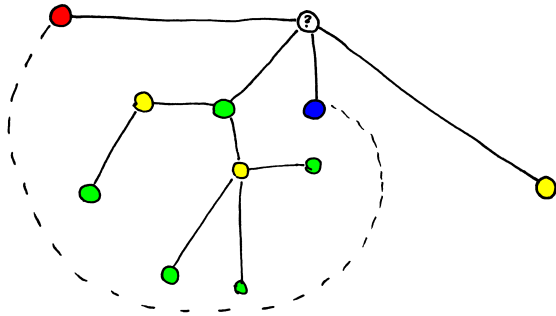


Keerukus:  $\mathcal{O}(V \log V + E)$ . Et  $E = \mathcal{O}(V)$ , siis keerukus on  $\mathcal{O}(V \log V)$ . Žürii lahendus sai 50 punkti.

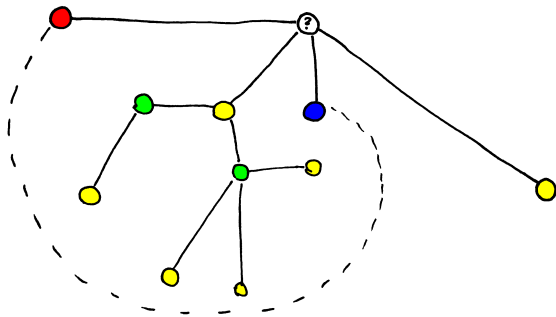
4 värvi

2/3

tippe, millesse saab jõuda rohelisest naabrist, kasutades ainult rohelisi ja kollaseid tippe. See tipuhulk kollast naabrit ei sisalda.



Vahetame selles hulgas ära rohelise ja kollase värvi:



Nüüd tipul  $u$  rohelist naabrit pole ja võime tema roheliseks värvida. Nii käime läbi kõik tipud.

Keerukus on  $\mathcal{O}VE = \mathcal{O}(V^2)$ . Praktikas on see lahendus palju kiirem, sest viimasena kirjeldatud juhtu väga sageli ette ei tule. Žürii lahendused ei kasutanud üheski testis üle 0.03 sekundi, hoolimata sellest, et halvimal juhul  $V^2 = 10^8$ .