

5. Kontrollsumma (summa)

2 sek

60 punkti

Kontrollsummad aitavad tuvastada vigu andmete edastamisel või sisestamisel. Selleks on leiutatud palju erinevaid algoritme. Siin ülesandes vaatame ühte lihtsaimat neist: arvujada (A_1, A_2, \dots) kontrollsumma on

$$(A_1 \cdot K_1 + A_2 \cdot K_2 + \dots + A_N \cdot K_N + A_{N+1} \cdot K_1 + \dots) \bmod 10,$$

kus K_1, K_2, \dots, K_N on mingid konstandid. Pane tähele, et jada K käsitletakse perioodilisena: kui A pikkus ületab K pikkust, kasutatakse K elemente algusest peale uuesti. Kui A on lühem, siis jäävad mõned K elemendid lihtsalt kasutamata.

Juku leidis süsteemi, mis kasutab eelkirjeldatud kontrollsummat. Aga ta ei tea, milline on selles süsteemis jada K pikkus N või selle elementide K_i väärtused. Ta teab ainult, et $N \leq 1000$ ja $1 \leq K_i \leq 9$. Juku saab teha süsteemile päringuid. Iga päring on mingi arvujada ja süsteem annab vastuseks selle jada kontrollsumma. Juku klaviatuuril on klahv 0 natuke katki ja seetõttu on seda numbrit raskem sisestada. Sellepärast sooviks ta päringutes numbrit 0 mitte kasutada.

Kirjuta Jukule programm, mis leiab jada K pikkuse ja selle elementide väärtused. K perioodilisuse tõttu on võimalike vastuseid lõpmata palju; väljastada neist kõige lühem.

Suhtlus. See on interaktiivne ülesanne, kus programm võib testimissüsteemile päringuid esitada. Päringu esitamiseks tuleb väljastada rida kujul

? $A_1 A_2 A_3 \dots A_M$

kus $1 \leq M \leq 5000$ ja $0 \leq A_i \leq 9$ on programmi valitud. Testimissüsteem väljastab selle peale eraldi reale ühe täisarvarvu: jada A kontrollsumma $(A_1 \cdot K_1 + A_2 \cdot K_2 + \dots + A_M \cdot K_M) \bmod 10$.

Lõpuks peab programm esitama leitud K . Selleks tuleb väljastada rida kujul

! $K_1 K_2 K_3 \dots K_N$

ja seejärel programmi töö lõpetada.

Näide.	Päring	Vastus
	? 7 1 6	3
	? 5 6 4	1
	? 1 2 3	0
	! 3 4	

Selles näites on $N = 2$ ja $K = (3,4)$. Jada $A = (7,1,6)$ kontrollsumma on siis $(A_1 \cdot K_1 + A_2 \cdot K_2 + A_3 \cdot K_1) \bmod 10 = (7 \cdot 3 + 1 \cdot 4 + 6 \cdot 3) \bmod 10 = 43 \bmod 10 = 3$. (Pane tähele, et K kordub, kuna see on lühem kui A .)

Jada $A = (5,6,4)$ kontrollsumma on $(A_1 \cdot K_1 + A_2 \cdot K_2 + A_3 \cdot K_1) \bmod 10 = (5 \cdot 3 + 6 \cdot 4 + 4 \cdot 3) \bmod 10 = 51 \bmod 10 = 1$.

Viimases päringus tuleb summa väärtuseks 20 ja seega kontrollsummaks 0.

Hindamine. Selles ülesandes on testid jagatud gruppidesse. Iga grupi eest saavad punkte ainult need lahendused, mis **läbivad kõik sellesse gruppi kuuluvad testid**. Lahendus teenib 100% grupi väärtusest, kui grupi kõigis testides on kasutatud ainult $A_i > 0$; kui grupi mõnes testis mõni $A_i = 0$, teenib lahendus 75% grupi väärtusest. Gruppides kehtivad järgmised lisatingimused:

- (2 punkti) K pikkus on 1.
- (3 punkti) K pikkus on 2.
- (5 punkti) K pikkus on maksimaalselt 5.
- (10 punkti) K pikkus on maksimaalselt 100.

- (20 punkti) K pikkus on maksimaalselt 500.
- (20 punkti) Lisapiirangud puuduvad.

Märkus. Et tagada programmi väljastatud andmete testimissüsteemi kohale jõudmine, tuleb iga rea järel väljundpuhver tühjendada:

Programmikeel	Käsk
C/C++	<code>fprintf(stdout, ...);</code> või <code>printf(...);</code> <code>fflush(stdout);</code>
C++	<code>cout << ... << endl;</code> või <code>cout << ... << "\n" << flush;</code>
Python	<code>print(..., flush=True)</code> või <code>sys.stdout.write(...)</code> <code>sys.stdout.flush()</code>