

Antud massiiv ja q päringut:

- antud l ja x , leia $A[l] + A[l+1] + \dots + A[x]$
- antud i ja x , sea $A[i] \leftarrow x$

$$n, q \leq 10^5$$

Antud massiiv ja q päringut:

- antud l ja x , leia $A[l] + A[l+1] + \dots + A[x]$
- antud i ja x , sea $A[i] \leftarrow x$

$n, q \leq 10^5$

41															
17							24								
6			11				12			12					
4	2	5	6	8	4	10	2								
1	3	2	0	1	4	1	5	6	2	3	1	4	6	2	0

Antud massiiv ja q päringut:

- antud l ja r , leia $A[l] + A[l+1] + \dots + A[r]$
- antud i ja x , sea $A[i] \leftarrow x$

$$n, q \leq 10^5$$

1. tüüpi päring:

41															
17							24								
6			11				12			12					
4	2		5	6	8	4	10	2							
1	3	2	0	1	4	1	5	6	2	3	1	4	6	2	0



~Katame~ lõigu võimalikult väheste puu lõikudega
Igal tasemel ≤ 2 lõiku, kokku $O(\log n)$

Antud massiiv ja q päringut:

- antud l ja x , leia $A[l] + A[l+1] + \dots + A[x]$
- antud i ja x , sea $A[i] \leftarrow x$

$$n, q \leq 10^5$$

2. tüüpi päring:

41															
17							24								
6			11				12			12					
4	2	5	6	8	4	10	2								
1	3	2	0	1	4	1	5	6	2	3	1	4	6	2	0

↖
2

Antud massiiv ja q päringut:

- antud l ja x , leia $A[l] + A[l+1] + \dots + A[x]$
- antud i ja x , sea $A[i] \leftarrow x$

$$n, q \leq 10^5$$

2. tüüpi päring:

41															
17							24								
6			11				12				12				
4	2	5	6	8	4	10	2								
1	3	2	0	1	2	1	5	6	2	3	1	4	6	2	0

↖
2

Antud massiiv ja q päringut:

- antud l ja x , leia $A[l] + A[l+1] + \dots + A[x]$
- antud i ja x , sea $A[i] \leftarrow x$

$$n, q \leq 10^5$$

2. tüüpi päring:

41															
17							24								
6			11				12				12				
4	2	3	6	8	4	10	2								
1	3	2	0	1	2	1	5	6	2	3	1	4	6	2	0

↖
2

Antud massiiv ja q päringut:

- antud l ja x , leia $A[l] + A[l+1] + \dots + A[x]$
- antud i ja x , sea $A[i] \leftarrow x$

$$n, q \leq 10^5$$

2. tüüpi päring:

41															
17						24									
6			9			12				12					
4		2		3		6		8		4		10		2	
1	3	2	0	1	2	1	5	6	2	3	1	4	6	2	0

↖
2

Antud massiiv ja q päringut:

- antud l ja x , leia $A[l] + A[l+1] + \dots + A[x]$
- antud i ja x , sea $A[i] \leftarrow x$

$$n, q \leq 10^5$$

2. tüüpi päring:

41															
15						24									
6			9			12				12					
4	2	3	6	8	4	10	2								
1	3	2	0	1	2	1	5	6	2	3	1	4	6	2	0

↖
2

Antud massiiv ja q päringut:

- antud l ja x , leia $A[l] + A[l+1] + \dots + A[x]$
- antud i ja x , sea $A[i] \leftarrow x$

$$n, q \leq 10^5$$

2. tüüpi päring:

39															
15						24									
6			9			12				12					
4	2	3	6	8	4	10	2								
1	3	2	0	1	2	1	5	6	2	3	1	4	6	2	0

↖
2

Antud massiiv ja q päringut:

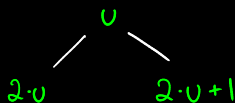
- antud l ja r , leia $A[l] + A[l+1] + \dots + A[r]$
- antud i ja x , sea $A[i] \leftarrow x$

$$n, q \leq 10^5$$

Implementatsioon

															1			
							2								3			
				4					5				6					7
8		9		10		11		12		13		14		15				
16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31			

← indeksid
nimeodi!



Antud massiiv ja q päringut:

- antud l ja r , leia $A[l] + A[l+1] + \dots + A[r]$
- antud i ja x , sea $A[i] \leftarrow x$

$n, q \leq 10^5$

Implementatsioon

function query (l, r, v):

kui $[l, r]$ ei lõiku v lõiguga:
return 0

kui v lõik sisaldub täielikult päringus:
return tree[v]

return query($l, r, 2 \cdot v$) + query($l, r, 2 \cdot v + 1$)



Summa pole eriline!

21			
6		15	
4	2	6	9

Summa

2			
2		6	
4	2	6	9

Minimum

1			
2		3	
4	2	6	9

SÜT

Eelmine kord...

Mis operatsioonid on võimalikud?

- Summa/Uuendustega summa
- Korrutis
- Minimaalne element
- Maksimaalne element ja mitu korda see esineb
- VÜK ja SÜT
- Jne, jne
- Oluline on et me oskaks efektiivselt kahte tippu mestida

Antud massiiv A , arv k ja q päringut:

- antud l ja r , leia $A[l...r]$ seast k vähimat

$$k \leq 11, n, q \leq 10^5$$

Antud massiiv A , arv k ja q päringut:

- antud l ja r , leia $A[l...r]$ seast k vähimat

$$k \leq 11, n, q \leq 10^5$$

Hoiame igas lõigus k vähimast arvust koosnevat listi:

0, 0, 0															
0, 1, 2						0, 0, 1									
0, 1, 2			1, 2, 4			2, 3, 5			0, 0, 1						
0, 1	2, 3	2, 4	1, 7	2, 5	3, 5	0, 1	0, 1								
1	0	2	3	2	4	7	1	5	2	3	5	1	0	0	1

$$k = 3$$

Antud massiiv A , arv k ja q päringut:

- antud l ja r , leia $A[l...r]$ seast k vähimat

$k \leq 11$, $n, q \leq 10^5$

Et arvutada laste põhjal vanema väärtus:

1, 2, 3	
1, 3, 6	2, 4, 5

Paneme laste listid kokku, sorteerime, jätame alles esimesed k .

(saab ka pisut kiiremini, 2 pointeriga)

Raskemates ülesannetes:

- Mingit "tehet" pole ette antud
- Ei pruugi isegi mingeid päringuid olla
 - Mingil hetkel lihtsalt märkad, et selliseid asju on vaja sageli arvutada
 - Enamasti min, sum vms.

Aga vahel tuleb leiutada "oma tehe" + "oma andmetüüp"

Antud massiiv A ja päringud kujul:

- antud l ja r , leia maksimaalse summaga $A[l \dots r]$ alamloik

$$n, q \leq 10^5$$

-22	-15	-12	29	-11	77	-26	135
-----	-----	-----	----	-----	----	-----	-----



päring



vastus

Antud massiiv A ja päringud kujul:

- antud l ja r , leia maksimaalse summaga $A[l \dots r]$ alamloike

$$n, q \leq 10^5$$

Nagu ülesande klassikalises versioonis:

$$B[i] = A[1] + A[2] + \dots + A[i]$$

$$\begin{aligned} A[L] + \dots + A[R] &= A[1] + A[2] + \dots + A[L-1] + A[L] + \dots + A[R] \\ &\quad - A[1] - A[2] - \dots - A[L-1] \\ &= B[R] - B[L-1] \end{aligned}$$

Antud massiiv A ja päringud kujul:

- antud l ja r , leia maksimaalse summaga $A[l \dots r]$ alamloik

$$n, q \leq 10^5$$

$$B[i] = A[1] + A[2] + \dots + A[i]$$

$$A[L] + \dots + A[R] = +B[R] - B[L-1]$$

Antud massiiv B ja päringud:

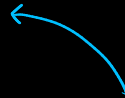
- antud l ja r , leia $l \leq L < R \leq r$ nii, et $B[R] - B[L]$ on maksimaalne.

$$n, q \leq 10^5$$

Antud massiiv B ja päringud:

- antud l ja r , leia $l \leq L < R \leq r$ nii, et $B[R] - B[L]$ on maksimaalne.

$$n, q \leq 10^5$$



missugune saab olla selle lõigu maksimaalne paar?

Antud massiiv B ja päringud:

- antud l ja r , leia $l \leq L < R \leq r$ nii, et $B[R] - B[L]$ on maksimaalne.

$$n, q \leq 10^5$$



↑
vasaku min

↑
parema max

Antud massiiv B ja päringud:

- antud l ja r , leia $l \leq L < R \leq r$ nii, et $B[R] - B[L]$ on maksimaalne.

$$n, q \leq 10^5$$

Andmetüüp: $(\text{min}, \text{max}, \text{ans})$

↑ ↑ ↑
lõigu lõigu lõigu
minimum maksimum vastus

Antud massiiv B ja päringud:

- antud l ja r , leia $l \leq L < R \leq r$ nii, et $B[R] - B[L]$ on maksimaalne.

$$n, q \leq 10^5$$

Andmetüüp: (\min, \max, ans)

↑ ↑ ↑
lõigu lõigu lõigu
minimum maksimum vastus

Tehe:

$$\begin{pmatrix} \min_L \\ \max_L \\ \text{ans}_L \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} \min_R \\ \max_R \\ \text{ans}_R \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \min(\min_L, \min_R) \\ \max(\max_L, \max_R) \\ \max(\max_R - \min_L, \text{ans}_L, \text{ans}_R) \end{pmatrix}$$

Funktsioonide komponeerimine

$f_i : S \rightarrow S$, S väike

Päringud stilis "leia $f_n(f_{n-1}(\dots(f_\ell(x))\dots))$ "
 $(f_n \circ f_{n-1} \circ \dots \circ f_\ell)(x)$

Antud $2 \times \infty$ Minesweeperi-laud, kus ülemisel real on arvud, alumised ruudud lünni. Päringud:

- antud i, x , ülemise rea i -s arv muutub x -ks
- antud i , leia kas alumise rea i -s on miin

$$i, q \leq 10^5$$

	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	...
...		0	1	2	2	1	0	1	1	2	2	3	2	1	1	1	1	0	
...																			
...																			

4 võimalikku vastust:

X - kindlasti miin

? - ei saa kindlalt väita

O - kindlasti pole miin

! - ülemine rida vastuoluline

Antud $2 \times \infty$ Minesweeperi laud, kus ülemisel real on arvud, alumised ruudud lüüsi. Päringud:

- antud i, x , ülemise rea i -s arv muutub x -ks
- antud i , leia kas alumise rea i -s on mün

$$i, q \leq 10^5$$

... 0 0 0 | 2 2 1 0 1 1 2 2 3 2 1 1 1 0
0 0 0

Antud $2 \times \infty$ Minesweeperi laud, kus ülemisel real on arvud, alumised ruudud lüüsi. Päringud:

- antud i, x , ülemise rea i -s arv muutub x -ks
- antud i , leia kas alumise rea i -s on mün

$i, q \leq 10^5$

... 0 0 0 | 2 2 1 0 1 1 2 2 3 2 1 1 1 0
0 0 0 0

Antud $2 \times \infty$ Minesweeperi laud, kus ülemisel real on arvud, alumised ridad on tühjad. Päringud:

- antud i, x , ülemise rea i -s arv muutub x -ks
- antud i , leia kas alumise rea i -s on mün

$i, q \leq 10^5$

... 0 0 0 | 2 2 1 0 1 1 2 2 3 2 1 1 1 1 0
0 0 0 0 x

Antud $2 \times \infty$ Minesweeperi laud, kus ülemisel real on arvud, alumised ruudud lüüsi. Päringud:

- antud i, x , ülemise rea i -s arv muutub x -ks
- antud i , leia kas alumise rea i -s on mün

$$i, q \leq 10^5$$

... 0 0 0 | 2 2 1 0 1 1 2 2 3 2 1 1 1 0

0 0 0 0 x x 0 0

Antud $2 \times \infty$ Minesweeperi laud, kus ülemisel real on arvud, alumised rüüdud lünni. Päringud:

- antud i, x , ülemise rea i -s arv muutub x -ks
- antud i , leia kas alumise rea i -s on mün

$$i, q \leq 10^5$$

... 0 0 0 | 2 2 1 0 1 1 2 2 3 2 1 1 1 0

0 0 0 0 x x 0 0 0

Antud $2 \times \infty$ Minesweeperi laud, kus ülemisel real on arvud, alumised ridad on tühjad. Päringud:

- antud i, x , ülemise rea i -s arv muutub x -ks
- antud i , leia kas alumise rea i -s on mün

$$i, q \leq 10^5$$

... 0 0 0 | 2 2 1 0 1 1 2 2 3 2 1 1 1 0
0 0 0 0 x x 0 0 0 x

Antud $2 \times \infty$ Minesweeperi laud, kus ülemisel real on arvud, alumised rüüdud lüüsi. Päringud:

- antud i, x , ülemise rea i -s arv muutub x -ks
- antud i , leia kas alumise rea i -s on mün

$$i, q \leq 10^5$$

... 0 0 0 | 2 2 1 0 1 1 2 2 3 2 1 1 1 0
0 0 0 | 0 x x 0 0 0 x 0

Antud $2 \times \infty$ Minesweeperi laud, kus ülemisel real on arvud, alumised ruudud lüüsi. Päringud:

- antud i, x , ülemise rea i -s arv muutub x -ks
- antud i , leia kas alumise rea i -s on mün

$$i, q \leq 10^5$$

... 0 0 0 | 2 2 1 0 1 1 2 2 3 2 1 1 1 0
0 0 0 0 x x 0 0 0 x 0 x

Antud $2 \times \infty$ Minesweeperi laud, kus ülemisel real on arvud, alumised rüüdud lüüsi. Päringud:

- antud i, x , ülemise rea i -s arv muutub x -ks
- antud i , leia kas alumise rea i -s on mün

$i, q \leq 10^5$

...	0	0	0		2	2	1	0		1	1	2	2	3	2	1	1	1	1	0
	0	0	0		0	x	x	0		0	0	x	0	x	x					

Antud $2 \times \infty$ Minesweeperi laud, kus ülemisel real on arvud, alumised rüüdud lüüsi. Päringud:

- antud i, x , ülemise rea i -s arv muutub x -ks
- antud i , leia kas alumise rea i -s on mün

$i, q \leq 10^5$

... 0 0 0 | 2 2 1 0 1 1 2 2 3 2 1 1 1 0
0 0 0 0 x x 0 0 0 x 0 x x x

Antud $2 \times \infty$ Minesweeperi laud, kus ülemisel real on arvud, alumised ruudud lüüsi. Päringud:

- antud i, x , ülemise rea i -s arv muutub x -ks
- antud i , leia kas alumise rea i -s on mün

$i, q \leq 10^5$

...	0	0	0		2	2	1	0		1	1	2	2	3	2	1	1	1	0
	0	0	0		0	x	x	0		0	0	x	0	x	x	x	0		

Antud $2 \times \infty$ Minesweeperi laud, kus ülemisel real on arvud, alumised ruudud lüüsi. Päringud:

- antud i, x , ülemise rea i -s arv muutub x -ks
- antud i , leia kas alumise rea i -s on mün

$i, q \leq 10^5$

...	0	0	0		2	2	1	0		1	1	2	2	3	2	1	1	1	1	0
	0	0	0		0	x	x	0		0	0	x	0	x	x	x	0	0		

Antud $2 \times \infty$ Minesweeperi laud, kus ülemisel real on arvud, alumised rüüdud lünni. Päringud:

- antud i, x , ülemise rea i -s arv muutub x -ks
- antud i , leia kas alumise rea i -s on mün

$i, q \leq 10^5$

...	0	0	0	1	2	2	1	0	1	1	2	2	3	2	1	1	1	1	0
	0	0	0	0	x	x	0	0	0	x	0	x	x	x	0	0	x		

Antud $2 \times \infty$ Minesweeperi laud, kus ülemisel real on arvud, alumised ruudud lüüsi. Päringud:

- antud i, x , ülemise rea i -s arv muutub x -ks
- antud i , leia kas alumise rea i -s on mün

$i, q \leq 10^5$

... 0 0 0 | 2 2 1 0 1 1 2 2 3 2 1 1 1 0

0 0 0 0 x x 0 0 0 x 0 x x x 0 0 x 0

= A

= B

Antud $2 \times \infty$ Minesweeper-laud, kus ülemisel real on arvud, alumised ruudud lüüsi. Päringud:

- antud i, x , ülemise rea i -s arv muutub x -ks
- antud i , leia kas alumise rea i -s on mün

$i, q \leq 10^5$

$$\frac{2}{\begin{matrix} \circ & \times \end{matrix}} \mapsto \frac{2}{\begin{matrix} \circ & \times & \times \end{matrix}}$$

$$\frac{2}{\begin{matrix} \times & \times \end{matrix}} \mapsto \frac{2}{\begin{matrix} \times & \times & \circ \end{matrix}}$$

$$\frac{2}{\begin{matrix} \times & \circ \end{matrix}} \mapsto \frac{2}{\begin{matrix} \times & \circ & \times \end{matrix}}$$

$$\frac{2}{\begin{matrix} \circ & \circ \end{matrix}} \mapsto !$$

$A[i]$ on nagu funktsioon $(B[i-1], B[i]) \mapsto (B[i], B[i+1])$

Antud 2×2 Minesweeperi-laud, kus ülemisel real on arvud, alumised ruudud lüüsi. Päringud:

- antud i, x , ülemise rea i -s arv muutub x -ks
- antud i , leia kas alumise rea i -s on mün

$i, q \leq 10^5$

$A[i]$ on nagu funktsioon $(B[i-1], B[i]) \mapsto (B[i], B[i+1])$

	00	0x	x0	xx	!
f_0	00	!	!	!	!
f_1	0x	x0	00	!	!
f_2	!	xx	0x	x0	!
f_3	!	!	!	xx	!

Antud $2 \times \infty$ Minesweeperi-laud, kus ülemisel real on arvud, alumised ruudud lünni. Päringud:

- antud i, x , ülemise rea i -s arv muutub x -ks
- antud i , leia kas alumise rea i -s on mün

$i, q \leq 10^5$

Kas i -ndal positsioonil on mün?

$$f_{A[i]}(f_{A[i-1]}(\dots(f_{A[0]}(\text{oo})))\dots))$$

||

$$(f_{A[i]} \circ f_{A[i-1]} \circ \dots \circ f_{A[0]})(\text{oo})$$

Lisaks kas loogu sisendis on vastused?

Laisad uendused

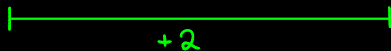
Antud massiiv A ja q päringut:

- Antud l , r ja x . Tee $A[i] \leftarrow A[i] + x$ iga $l \leq i \leq r$.

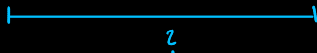
- Antud l ja r . Leia $A[l] + A[l+1] + \dots + A[r]$

$n, q \leq 10^5$

1	3	2	5	0	1	2	1	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---



1	3	2	7	2	3	4	3	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---



Vastus: 14

Antud massiiv A ja q päringut:

- Antud l, r ja x . Tee $A[i] \leftarrow A[i] + x$ iga $l \leq i \leq r$.

- Antud l ja r . Leia $A[l] + A[l+1] + \dots + A[r]$

$n, q \leq 10^5$

1. tüüpi päring:

15							
11				4			
4		7		1		3	
1	3	2	5	0	1	2	1

 +4

Antud massiiv A ja q päringut:

- Antud l, r ja x . Tee $A[i] \leftarrow A[i] + x$ iga $l \leq i \leq r$.

- Antud l ja r . Leia $A[l] + A[l+1] + \dots + A[r]$

$n, q \leq 10^5$

1. tüüpi päring:

15							
11				4			
4		7 +4		1 +4		3	
1	3 +4	2	5	0	1	2	1

└──────────────────┘ +4

"laisk märges"

Antud massiiv A ja q päringut:

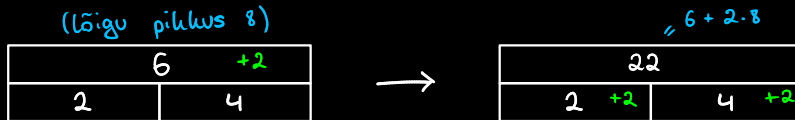
- Antud l, r ja x . Tee $A[i] \leftarrow A[i] + x$ iga $l \leq i \leq r$.

- Antud l ja r . Leia $A[l] + A[l+1] + \dots + A[r]$

$n, q \leq 10^5$

Operatsioon propagate(v)

Enne $tree[v]$ kasutamist üks kõik milledis:



Antud massiiv A ja q päringut:

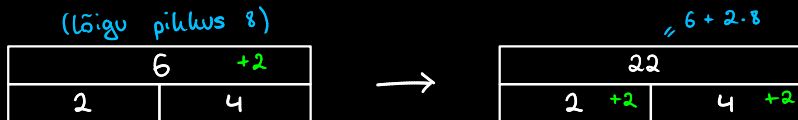
- Antud l, r ja x . Tee $A[i] \leftarrow A[i] + x$ iga $l \leq i \leq r$.

- Antud l ja r . Leia $A[l] + A[l+1] + \dots + A[r]$

$n, q \leq 10^5$

Operatsioon $propagate(v)$

Enne $tree[v]$ kasutamist üks kõik milledis:



Lastes võivad laisad märkmed ees olla:



Antud massiiv A ja q päringut:

- Antud l, r ja x . Tee $A[i] \leftarrow A[i] + x$ iga $l \leq i \leq r$.

- Antud l ja r . Leia $A[l] + A[l+1] + \dots + A[r]$

$n, q \leq 10^5$

1. tüüpi päring, jätk:

15							
11				4			
4		7 +4		1 +4		3	
1	3 +4	2	5	0	1	2	1

"laisk märg"

└──────────────────┘ +4

Nüüd tuleb "alt üles" vanemate väärtused uuendada
(see on ka tree[u] kasutamine!)

Antud massiiv A ja q päringut:

- Antud l, r ja x . Tee $A[i] \leftarrow A[i] + x$ iga $l \leq i \leq r$.

- Antud l ja r . Leia $A[l] + A[l+1] + \dots + A[r]$

$n, q \leq 10^5$

1. tüüpi päring, jätk:

15							
11				4			
4	15		9		3		
1	7	2 ⁺⁴	5 ⁺⁴	0 ⁺⁴	1 ⁺⁴	2	1

"laisk märg"

└──────────────────┘ +4

Nüüd tuleb "alt üles" vanemate väärtused uuendada
(see on ka $tree[u]$ kasutamine!)

Antud massiiv A ja q päringut:

- Antud l, r ja x . Tee $A[i] \leftarrow A[i] + x$ iga $l \leq i \leq r$.

- Antud l ja r . Leia $A[l] + A[l+1] + \dots + A[r]$

$n, q \leq 10^5$

1. tüüpi päring, jätk:

15							
11				4			
8	15		9		3		
1	7	2 ⁺⁴	5 ⁺⁴	0 ⁺⁴	1 ⁺⁴	2	1

"laisk märke"

└──────────────────┘ +4

Nüüd tuleb "alt üles" vanemate väärtused uuendada
(see on ka tree[u] kasutamine!)

Antud massiiv A ja q päringut:

- Antud l , r ja x . Tee $A[i] \leftarrow A[i] + x$ iga $l \leq i \leq r$.

- Antud l ja r . Leia $A[l] + A[l+1] + \dots + A[r]$

$n, q \leq 10^5$

1. tüüpi päring, jätk:

15							
23				12			
8		15		9		3	
1	7	2 ⁺⁴	5 ⁺⁴	0 ⁺⁴	1 ⁺⁴	2	1

"laisk märke"

└──────────────────┘ +4

Nüüd tuleb "alt üles" vanemate väärtused uuendada
(see on ka $tree[u]$ kasutamine!)

Antud massiiv A ja q päringut:

- Antud l, r ja x . Tee $A[i] \leftarrow A[i] + x$ iga $l \leq i \leq r$.

- Antud l ja r . Leia $A[l] + A[l+1] + \dots + A[r]$

$n, q \leq 10^5$

1. tüüpi päring, jätk:

35							
23				12			
8		15		9		3	
1	7	2 ⁺⁴	5 ⁺⁴	0 ⁺⁴	1 ⁺⁴	2	1

"laisk märke"

└──────────────────┘ +4

Nüüd tuleb "alt üles" vanemate väärtused uuendada
(see on ka $tree[u]$ kasutamine!)

Antud massiiv A ja q päringut:

- Antud l, n ja x . $A[i] \leftarrow A[i] + x$ iga $l \leq i \leq n$.
- Antud l, n ja x . $A[i] \leftarrow x$ iga $l \leq i \leq n$.
- Antud l ja n . Leia $A[l] + \dots + A[n]$.

$n, q \leq 10^5$

Antud massiiv A ja q päringut:

- Antud l, n ja x . $A[i] \leftarrow A[i] + x$ iga $l \leq i \leq n$.
- Antud l, n ja x . $A[i] \leftarrow x$ iga $l \leq i \leq n$
- Antud l ja n . Leia $A[l] + \dots + A[n]$.

$n, q \leq 10^5$

Laisad märkmed:

(\circ , $+5$)

lõigule liidetakse 5

lõik nullitakse...

(\times , $+3$)

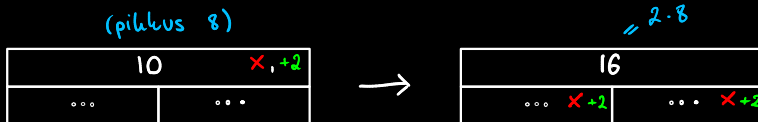
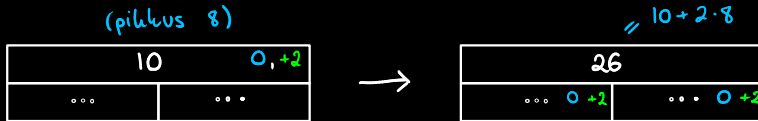
... ja siis liidetakse 3

Antud massiiv A ja q päringut:

- Antud l, r ja x . $A[i] \leftarrow A[i] + x$ iga $l \leq i \leq r$.
- Antud l, r ja x . $A[i] \leftarrow x$ iga $l \leq i \leq r$.
- Antud l ja r . Leia $A[l] + \dots + A[r]$.

$$n, q \leq 10^5$$

Operatsioon $\text{propagate}(v)$



Antud massiiv A ja q päringut:

- Antud l, n ja x . $A[i] \leftarrow A[i] + x$ iga $l \leq i \leq n$.
- Antud l, n ja x . $A[i] \leftarrow x$ iga $l \leq i \leq n$
- Antud l ja n . Leia $A[l] + \dots + A[n]$.

$n, q \leq 10^5$

(pilklus 8)

10	0, +2
...	... x -5

Mida teha, kui lastes laisad märgimed ees?

Antud massiiv A ja q päringut:

- Antud l, n ja x . $A[i] \leftarrow A[i] + x$ iga $l \leq i \leq n$.
- Antud l, n ja x . $A[i] \leftarrow x$ iga $l \leq i \leq n$.
- Antud l ja n . Leia $A[l] + \dots + A[n]$.

$$n, q \leq 10^5$$

(pilklus 8)

10	0, +2
...	... x -5

Mida teha, kui lastes laisad märgmed ees?

Vaja komponeerida varasem ja hilisem mäрге üheks

Kui komponeerida ei saa, siis laiska uuendamist kasutada ei saa!

Antud massiiv A ja q päringut:

- Antud l, n ja x . $A[i] \leftarrow A[i] + x$ iga $l \leq i \leq n$.
- Antud l, n ja x . $A[i] \leftarrow x$ iga $l \leq i \leq n$.
- Antud l ja n . Leia $A[l] + \dots + A[n]$.

$n, q \leq 10^5$

(pilklus 8)

10	0, +2
...	... x -5

vanem \swarrow \searrow uuem

compose (0 +x, 0 +y) = ?

compose (0 +x, x +y) = ?

compose (x +x, 0 +y) = ?

compose (x +x, x +y) = ?

Antud massiiv A ja q päringut:

- Antud l, n ja x . $A[i] \leftarrow A[i] + x$ iga $l \leq i \leq n$.
- Antud l, n ja x . $A[i] \leftarrow x$ iga $l \leq i \leq n$.
- Antud l ja n . Leia $A[l] + \dots + A[n]$.

$n, q \leq 10^5$

(pilklus 8)

10	○, +2
...	... × -5

vanem \swarrow \searrow uuem

$$\text{compose}(\text{○} + x, \text{○} + y) = \text{○} + x + y$$

$$\text{compose}(\text{○} + x, \text{×} + y) = ?$$

$$\text{compose}(\text{×} + x, \text{○} + y) = ?$$

$$\text{compose}(\text{×} + x, \text{×} + y) = ?$$

Antud massiiv A ja q päringut:

- Antud l, n ja x . $A[i] \leftarrow A[i] + x$ iga $l \leq i \leq n$.
- Antud l, n ja x . $A[i] \leftarrow x$ iga $l \leq i \leq n$.
- Antud l ja n . Leia $A[l] + \dots + A[n]$.

$n, q \leq 10^5$

(pilteus 8)

10	0, +2
...	... x -5

vanem \swarrow \searrow uuem

$$\text{compose}(\text{O} + x, \text{O} + y) = \text{O} + x + y$$

$$\text{compose}(\text{O} + x, \text{X} + y) = \text{X} + y$$

$$\text{compose}(\text{X} + x, \text{O} + y) = ?$$

$$\text{compose}(\text{X} + x, \text{X} + y) = ?$$

Antud massiiv A ja q päringut:

- Antud l, n ja x . $A[i] \leftarrow A[i] + x$ iga $l \leq i \leq n$.
- Antud l, n ja x . $A[i] \leftarrow x$ iga $l \leq i \leq n$.
- Antud l ja n . Leia $A[l] + \dots + A[n]$.

$n, q \leq 10^5$

(pilteus 8)

10	○, +2
...	... × -5

vanem uuem

compose (○ +x, ○ +y) = ○ +x+y

compose (○ +x, × +y) = × +y

compose (× +x, ○ +y) = × +x+y

compose (× +x, × +y) = × +y

Abstraktselt:

Vaja on:

Andmetüüp Seg
Funktsioon $\text{op}(\text{Seg } p, \text{Seg } q) \rightarrow \text{Seg}$
Konstant $e: \text{Seg}$

$$\text{op}(a, \text{op}(b, c)) = \text{op}(\text{op}(a, b), c)$$
$$\underset{p}{\text{op}}(a, e) = a = \underset{p}{\text{op}}(e, a)$$

igas tipus olevad andmed
lõikude puu "tehe"
"nullelement"

iga $a, b, c: \text{Seg}$ korral

Abstraktselt:

Vaja on:

Andmetüüp Seg

Funktsioon $\text{op}(\text{Seg } p, \text{Seg } q) \rightarrow \text{Seg}$

Konstant $e: \text{Seg}$

igas tipus olevad andmed
lõikude puu "tehe"
"nulllement"

$$\text{op}(a, \text{op}(b, c)) = \text{op}(\text{op}(a, b), c)$$
$$\text{op}(a, e) = a = \text{op}(e, a)$$

iga $a, b, c: \text{Seg}$ korral

Andmetüüp Update

Funktsioon $\text{apply}(\text{Update } f, \text{Seg } a) \rightarrow \text{Seg}$

või $\text{apply}(\text{Update } f, \text{Seg } a, \text{int } l, \text{int } r)$

Funktsioon $\text{compose}(\text{Update } f, \text{Update } g) \rightarrow \text{Update}$

Konstant $\text{id}: \text{Update}$

laisa märgme tüüp
märgme rahendamine
lõigule

Abstraktselt:

Vaja on:

Andmetüüp Seg
Funktsioon $\text{op}(\text{Seg } p, \text{Seg } q) \rightarrow \text{Seg}$
Konstant $e: \text{Seg}$

igas tipus olevad andmed
lõikude puu "tehe"
"nulllement"

$$\text{op}(a, \text{op}(b, c)) = \text{op}(\text{op}(a, b), c)$$
$$\text{op}(a, e) = a = \text{op}(e, a)$$

iga $a, b, c: \text{Seg}$ korral

Andmetüüp Update
Funktsioon $\text{apply}(\text{Update } f, \text{Seg } a) \rightarrow \text{Seg}$
või $\text{apply}(\text{Update } f, \text{Seg } a, \text{int } l, \text{int } r)$
Funktsioon $\text{compose}(\text{Update } f, \text{Update } g) \rightarrow \text{Update}$
Konstant $\text{id}: \text{Update}$

laisa märgme tüüp
märgme rahendamine
lõigule

$$\text{apply}(g, \text{apply}(f, a)) = \text{apply}(\text{compose}(f, g), a)$$
$$\text{compose}(f, \text{id}) = f = \text{compose}(\text{id}, f)$$

iga $f, g: \text{Update}$
ja $a: \text{Seg}$ korral

Antud massiiv A ja q päringut:

- Antud l , r ja x . $A[i] \leftarrow A[i] + x$ iga $l \leq i \leq r$
- Antud l ja r . Leia $A[l]^2 + A[l+1]^2 + \dots + A[r]^2$.

$n, q \leq 10^5$

Antud massiiv A ja q päringut:

- Antud l, r ja x . $A[i] \leftarrow A[i] + x$ iga $l \leq i \leq r$
- Antud l ja r . Leia $A[l]^2 + A[l+1]^2 + \dots + A[r]^2$.

$n, q \leq 10^5$

Kuidas muudab x liitmine lõigu summat?

$$\sum_{i=l}^r (A[i] + x)^2 = \sum_{i=l}^r (A[i]^2 + 2A[i]x + x^2)$$

$$= \sum_{i=l}^r A[i]^2 + 2x \sum_{i=l}^r A[i] + x^2 (r-l+1)$$

↑
vana ruutude
summa

↑
vana
summa

↑
vana
pikkus

Antud massiiv A ja q päringut:

- Antud l , r ja x . $A[i] \leftarrow A[i] + x$ iga $l \leq i \leq r$
- Antud l ja r . Leia $A[l]^2 + A[l+1]^2 + \dots + A[r]^2$.

$n, q \leq 10^5$

$$\sum_{i=l}^r (A[i] + x)^2 = \sum_{i=l}^r A[i]^2 + 2x \sum_{i=l}^r A[i] + x^2 (r-l+1)$$

\uparrow vana ruutude summa \uparrow vana summa \uparrow vana pikklus

$\text{apply}(x, (\text{sqsum}, \text{sum}, \text{cnt})) =$

$(\text{sqsum} + 2x \cdot \text{sum} + x^2 \cdot \text{cnt}, \text{sum} + x \cdot \text{cnt}, \text{cnt})$

$\text{compose}(x, y) = x + y \quad \text{id} = 0$